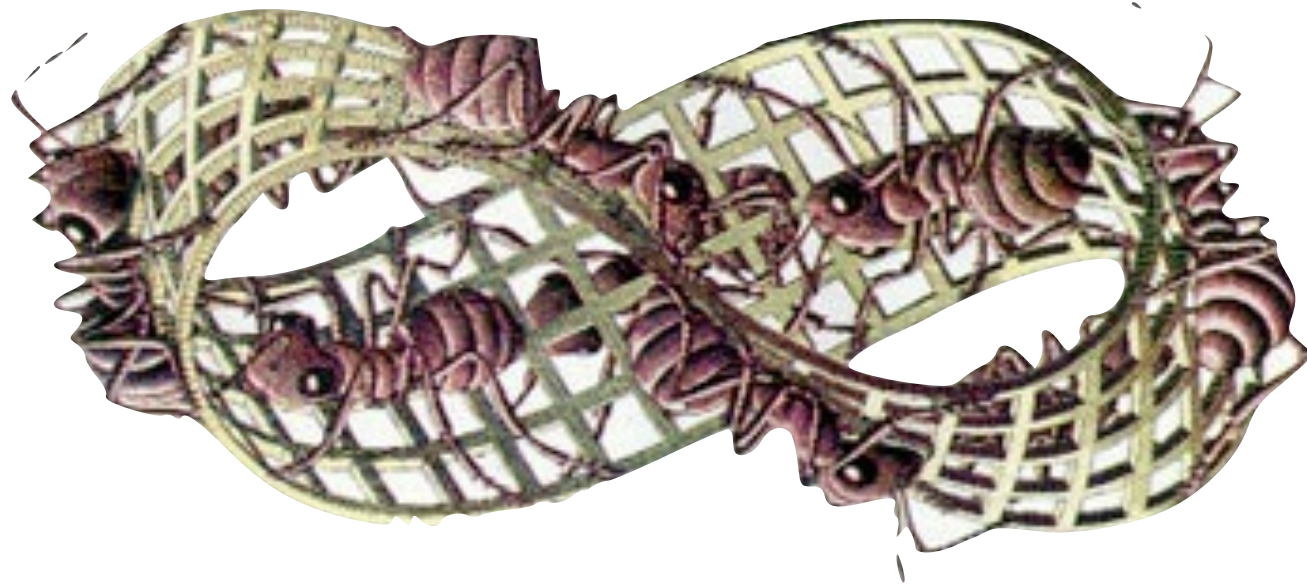


Paradoxen



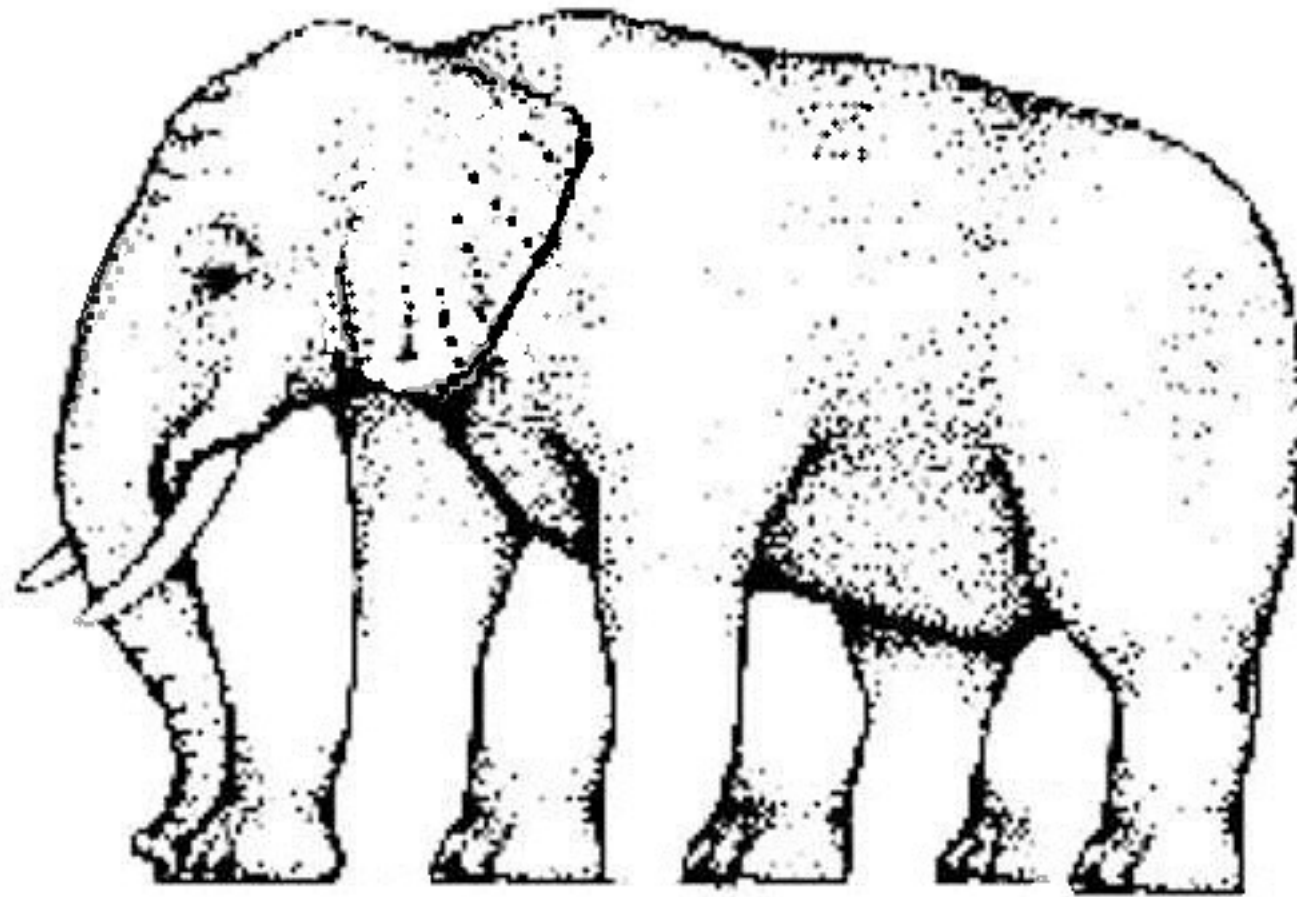
Planning

- blok 1
 - Wat is een paradox?
 - Het leugenaars paradox ...
 - ... hoe zit het in elkaar?
- blok 2
 - oplossingsstrategieën voor het leugenaars paradox
 - een voorbeeld voor paradoxen in de filosofie: scepticisme
 - conclusie

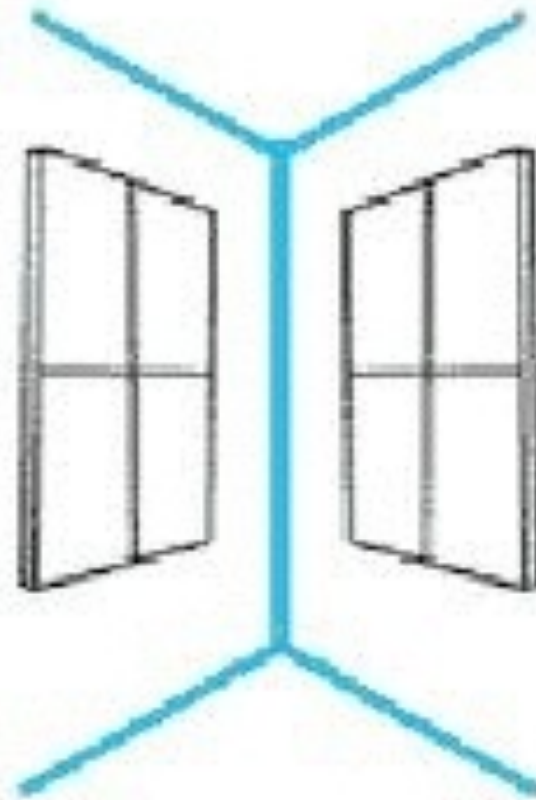
Paradoxen

- Wat is jouw favoriet paradox?
- Waarom is het een paradox?

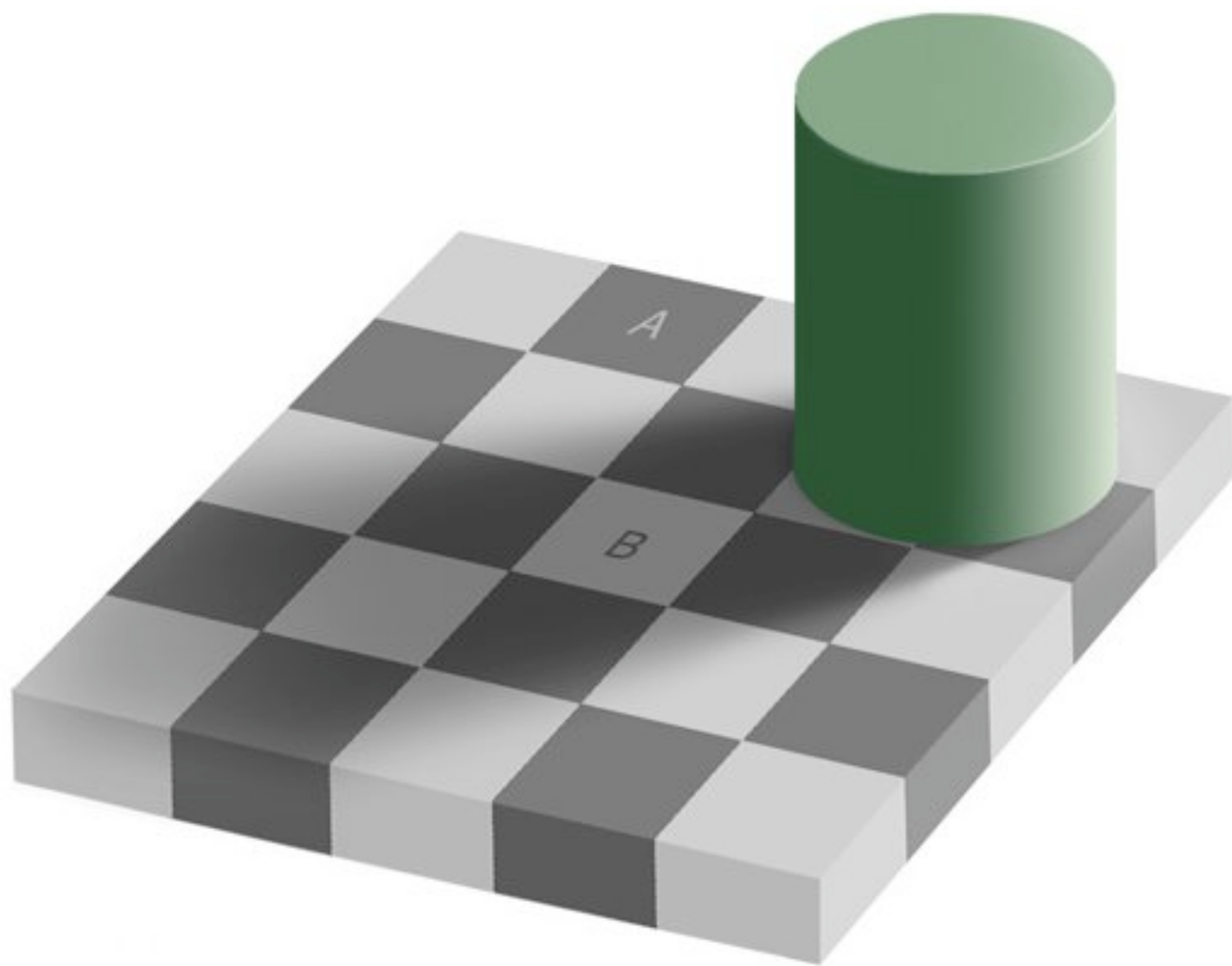
Paradoxen



Paradoxen



Paradoxen



Paradoxen

- ▶ Wat is een paradox?

A paradox is an argument with premises which appear to be true and steps which appear to be valid, which nevertheless ends in a conclusion which is false.

[Priest]

Paradoxen

premissie 1
premissie 2
...
premissie n



premissen zijn prima



tussenstap

tussenstap

tussenstap

conclusie



redeneerstappen
zijn prima



maar de conclusie is
definitief onwaar

Paradoxen

premissie 1
premissie 2
...
premissie n



premissen zijn prima



tussenstap

tussenstap

tussenstap

p en niet p



redeneerstappen
zijn prima



maar de conclusie is
definitief onwaar

Paradoxen

En wat nu?

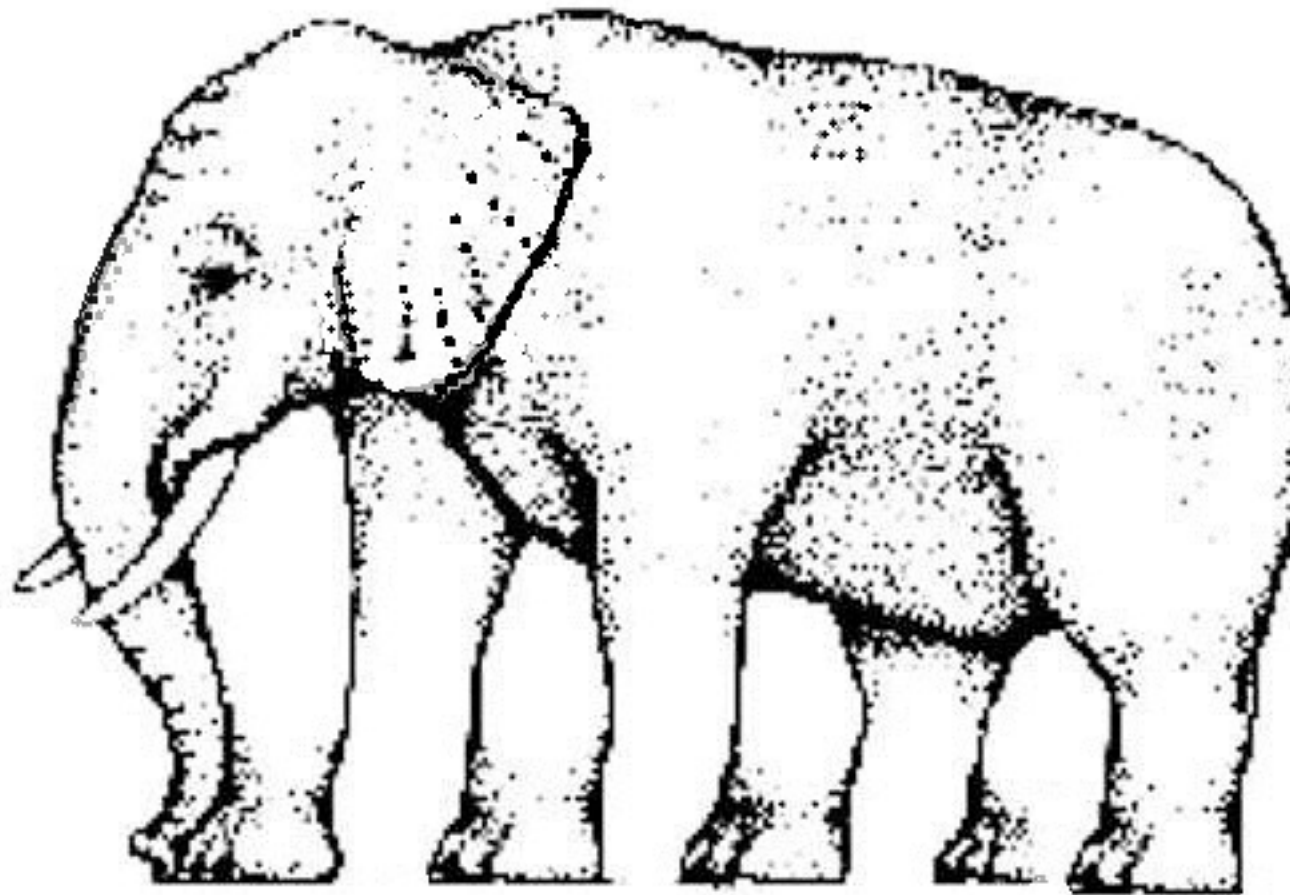
1. logische analyse

2. argumentatie
bekritisieren

3. oplossing ontwikkelen

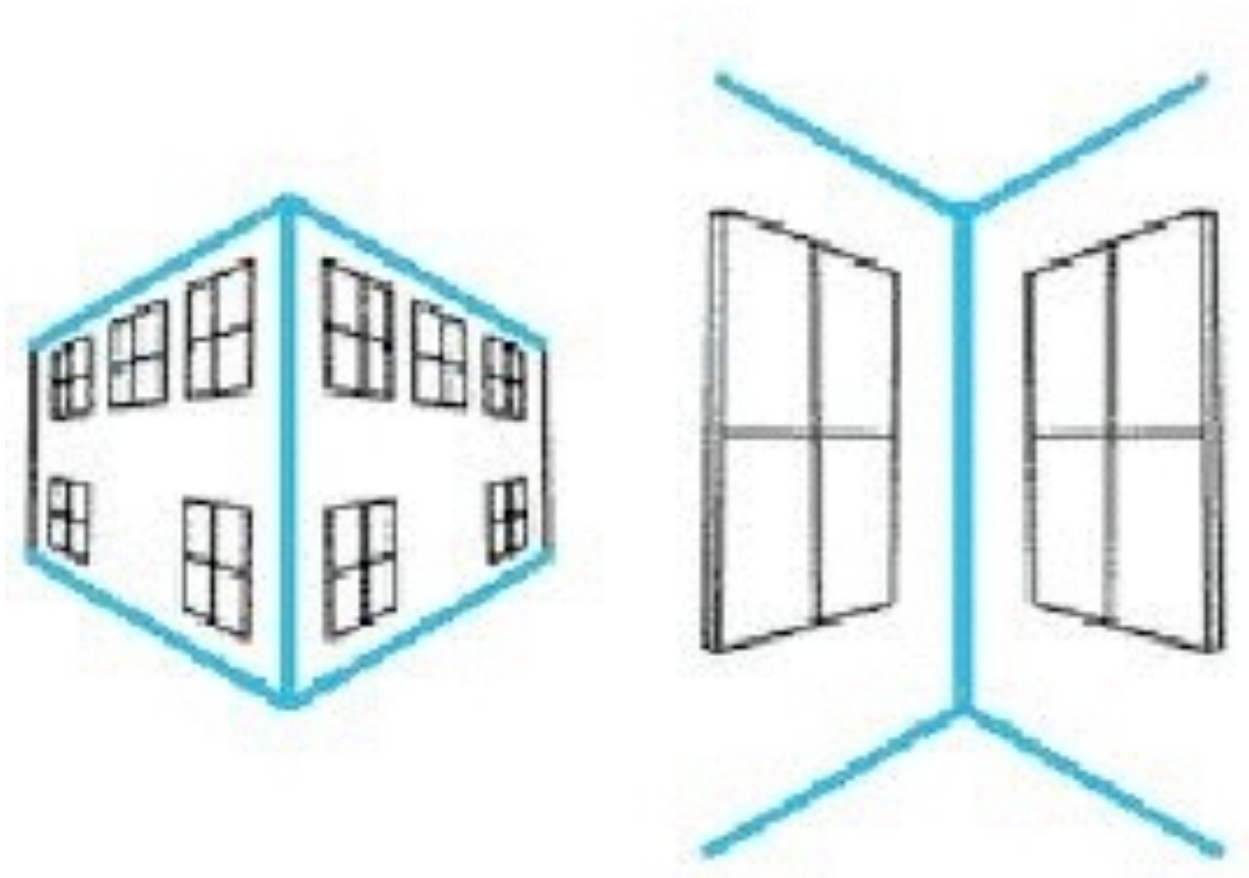
Paradoxen

- ▶ Wat is de tegenstrijdige conclusie?



Paradoxen

- ▶ Wat is de impliciete aanname?



De leugenaar & Co.

Deze zin is onwaar.

De leugenaar & Co.

In a village, the barber shaves everyone who does not shave himself/herself, but no one else.

- Who shaves the barber?

De leugenaar & Co.

Grellin's paradox

Eigenschap P heet heterological desda P niet op zichzelf van toepassing is.

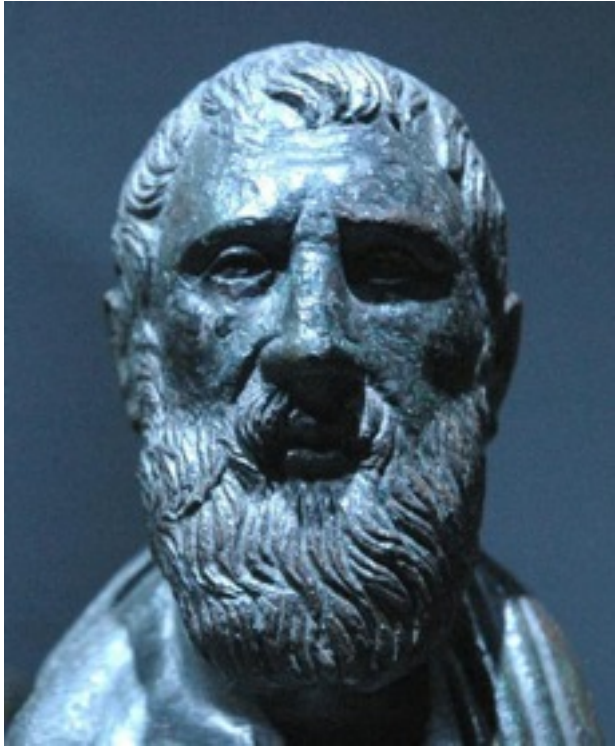
- Is “heterological” heterological?

De leugenaar & Co.

A slim crocodile living in the Nile took a child. His mother begged to have him back. The crocodile could not only talk, but was also a great sophist and stated, "If you guess correctly what I will do with him, I will return him. However, if you don't predict his fate correctly, I'll eat him."

- What statement should the mother make to save her child?

De leugenaar & Co.

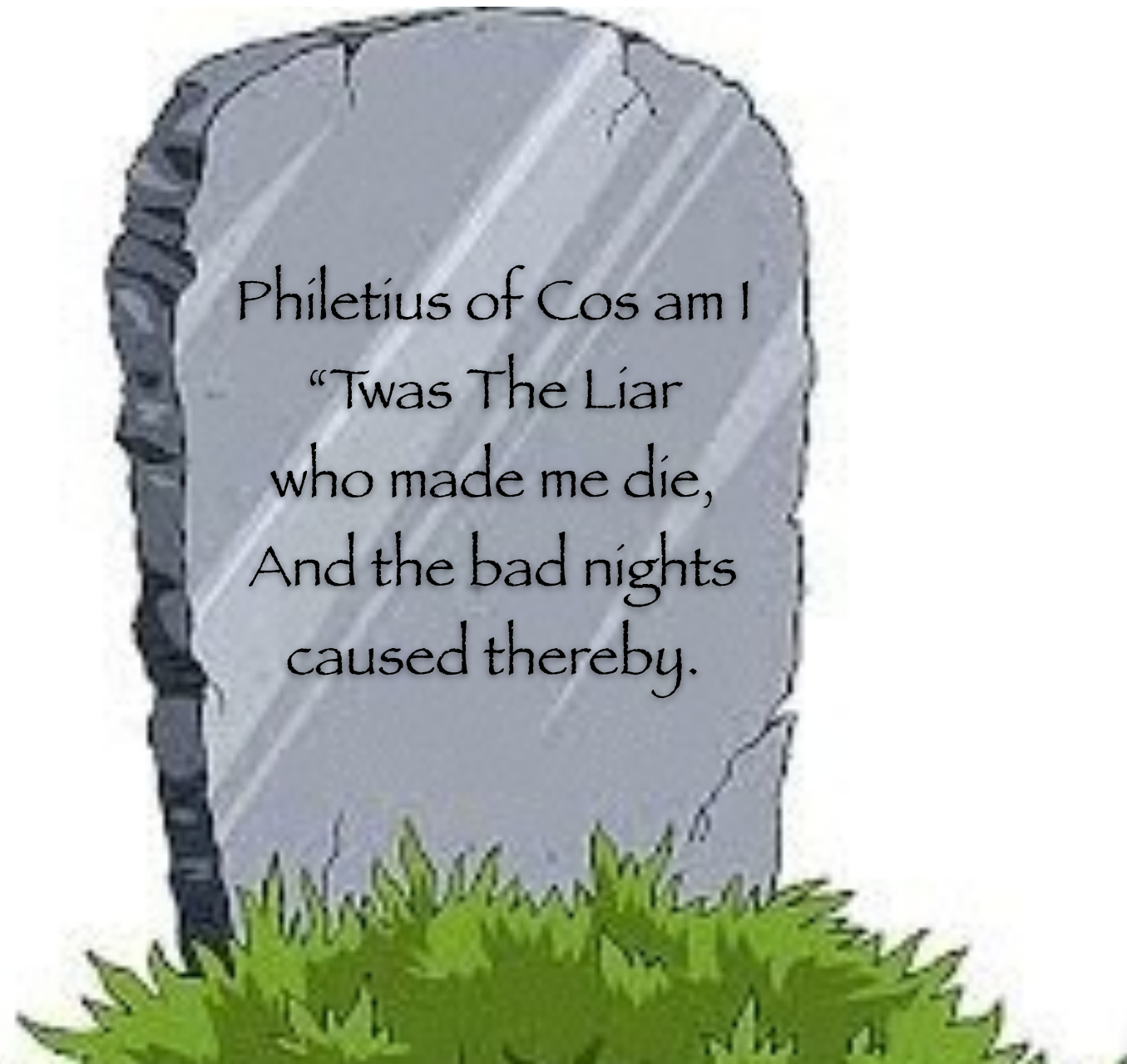


Zeno of Elea (ca. 490 b.c - ca. 430 b.c.)

- Achilles and the Tortoise
- Arrow paradox



De leugenaar & Co.



De leugenaar & Co.

Chrysippus (c. 279–206 BCE)

Introduction to the Liar;

Liar Propositions: An Introduction;

six books on the Liar itself;

Reply to Those Who Think There Are Propositions That Are Both True and False;

Reply to Those Who Solve the Liar Proposition by Division;

On the Solution to the Liar (in three books);

Reply to Those Who Say The Liar Argument Has False Premises.

De leugenaar & Co.

Joan Buridan



William of Ockham



De leugenaar & Co.

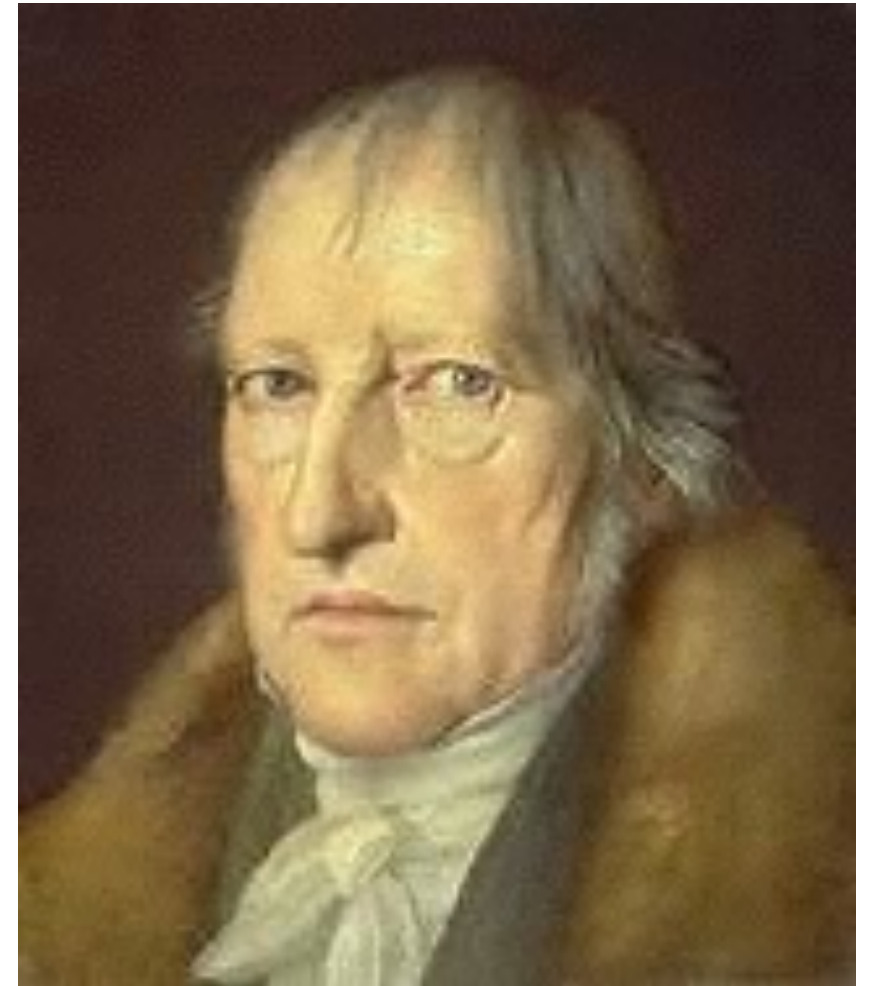
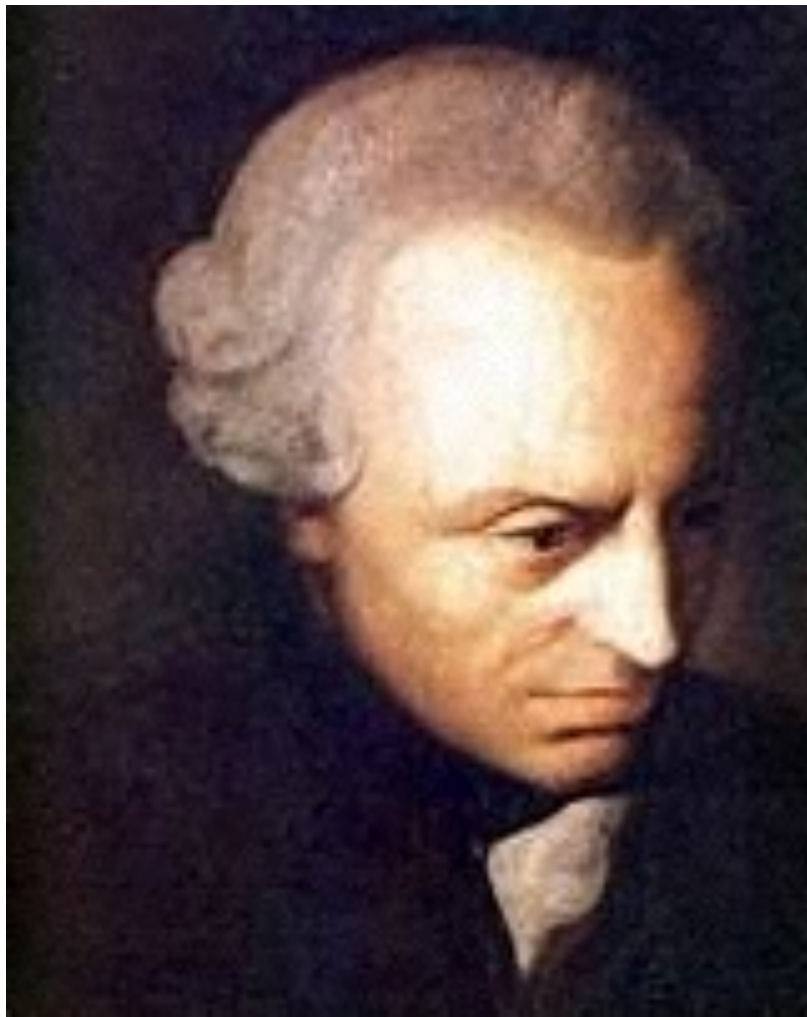
About insolubles, you need to know that some things are called “insolubles” by sophisters **not because they can no way be solved but rather because they are solved [only] with difficulty.**

Thus, you need to know that sophisms are “insoluble” when, by apparent consequences that seem to be governed by necessary rules, from some contingent proposition its opposite is inferred. They are called “insolubles” because it is difficult to block such consequences.

[Ockham]

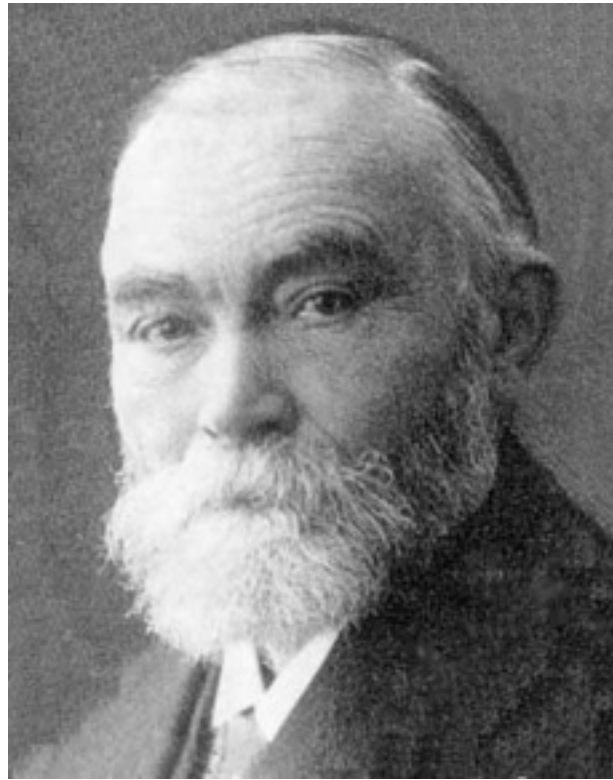
De leugenaar & Co.

Kant



Hegel

De leugenaar & Co.



Gottlob Frege

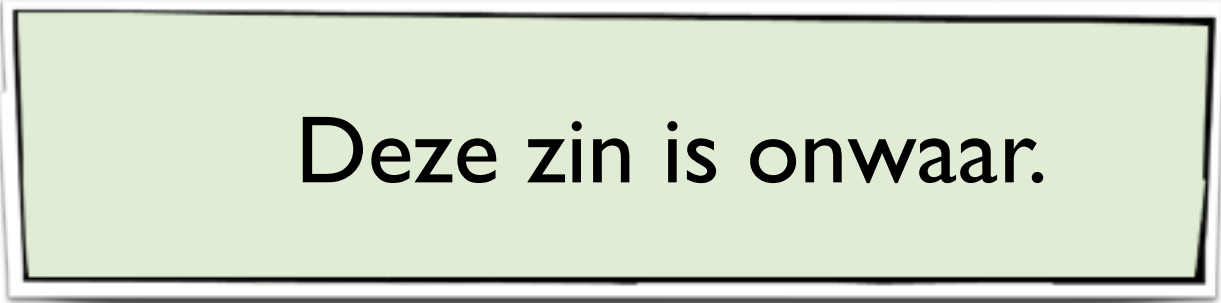


Bertram Russell



Alfred Tarski

De leugenaar: analysis



Deze zin is onwaar.

[aan de slag: logische analyse]

De leugenaar: analysis

Deze zin is onwaar.

Stel de zin op het bord is waar.

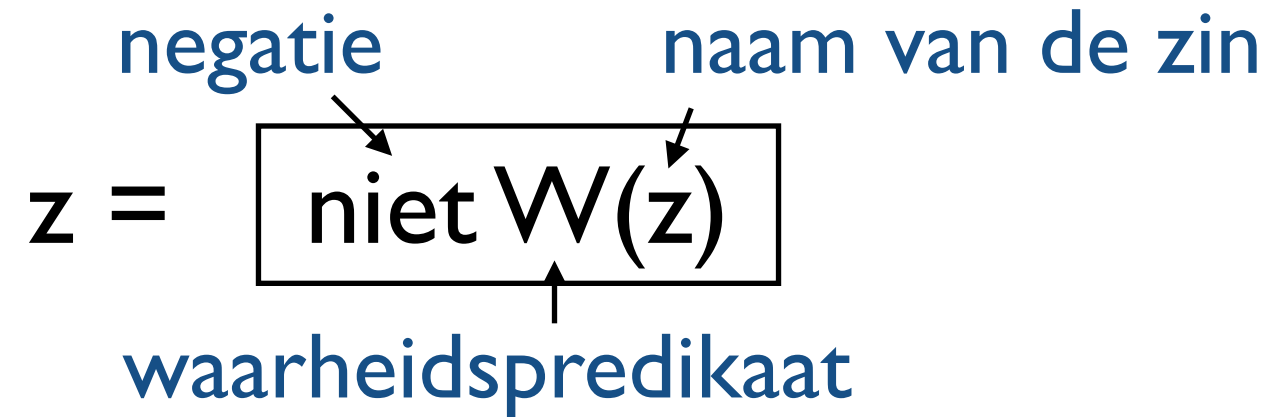
Dan is de zin op het bord onwaar.

Stel de zin op het bord is onwaar.

Dan is de zin op het bord waar.

Dus de zin op het bord is waar en onwaar.

definitie:



redenering:

1. $W(z)$ of niet $W(z)$

(wet van het
uitgesloten derde)

geval 1

geval 2

2.1 $W(z)$

3.1 niet $W(z)$

2.2 z (W release)

3.2 z (definitie)

2.3 niet $W(z)$ (definitie)

3.3 $W(z)$ (W capture)

2.4 $W(z)$ en niet $W(z)$ ($1 \wedge$)

3.4 $W(z)$ en niet $W(z)$ ($1 \wedge$)

4. $W(z)$ en niet $W(z)$ ($E \vee$)

5. X ($EFSQ$)

De leugenaar: analysis

Aannames over uitdrukbaarheid

Aannames over het waarheidspredikaat W

1. Release: $W(z) \vdash z$
2. Capture: $z \vdash W(z)$

Aannames over logische mogelijkheden

1. LEM (law of excluded middle)
 $\vdash A \text{ of } \textit{niet } A$

Aannames over de betekenis van “en”, “of” en “niet”

1. Introductie conjunctie ($I\wedge$)
Als $A \vdash B$ en $A \vdash C$ dan $A \vdash B \text{ en } C$
2. Eliminatie disjunctie ($E\vee$)
Als $A \vdash C$ en $B \vdash C$ dan $A \text{ of } B \vdash C$
2. EFSQ (explosion)
 $A \text{ en } \textit{niet } A \vdash X$

De leugenaar: analysis

Natuurlijke Deductie!!!

A

A

wa

predikaat W

1. Release: $W(z) \vdash z$
2. Capture: $z \vdash W(z)$

Aannames over logische mogelijkheden

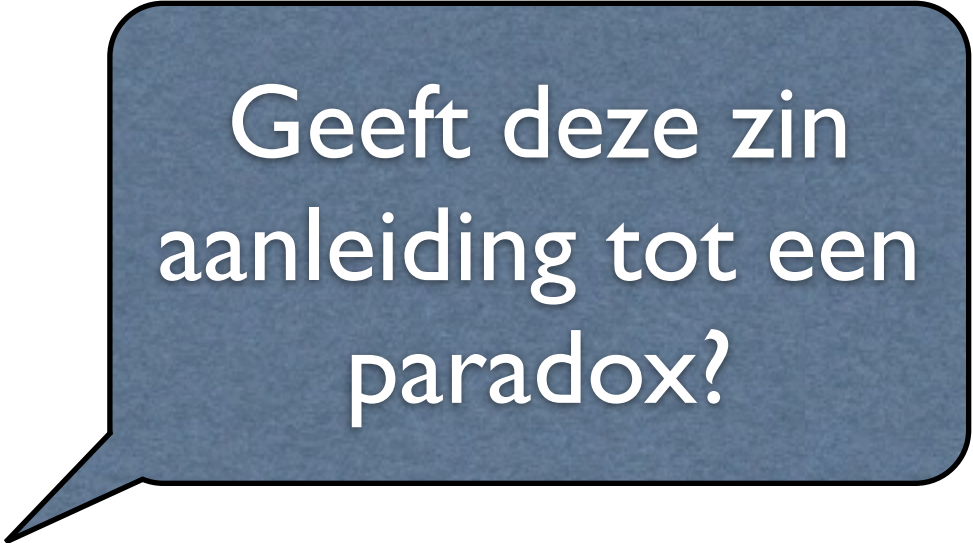
1. LEM (law of excluded middle)
 $\vdash A \text{ of } \text{niet } A$

Aannames over de betekenis van “en”, “of” en “niet”

1. Introductie conjunctie ($I\wedge$)
Als $A \vdash B$ en $A \vdash C$ dan $A \vdash B \text{ en } C$
2. Eliminatie disjunctie ($E\vee$)
Als $A \vdash C$ en $B \vdash C$ dan $A \text{ of } B \vdash C$

2. EFSQ (explosion)
 $A \text{ en } \text{niet } A \vdash X$

De leugenaar & Co.



Geeft deze zin
aanleiding tot een
paradox?

Een Kretenzer zegt:
“Alle Kretenzers zijn leugenaars.”

Oplossingen

Aannames over uitdrukbaarheid

Aannames over het waarheidspredikaat W

1. Release: $W(z) \vdash z$
2. Capture: $z \vdash W(z)$

Aannames over logische mogelijkheden

1. LEM (law of excluded middle)
 $\vdash A \text{ of niet } A$

Aannames over de betekenis van “en”, “of” en “niet”

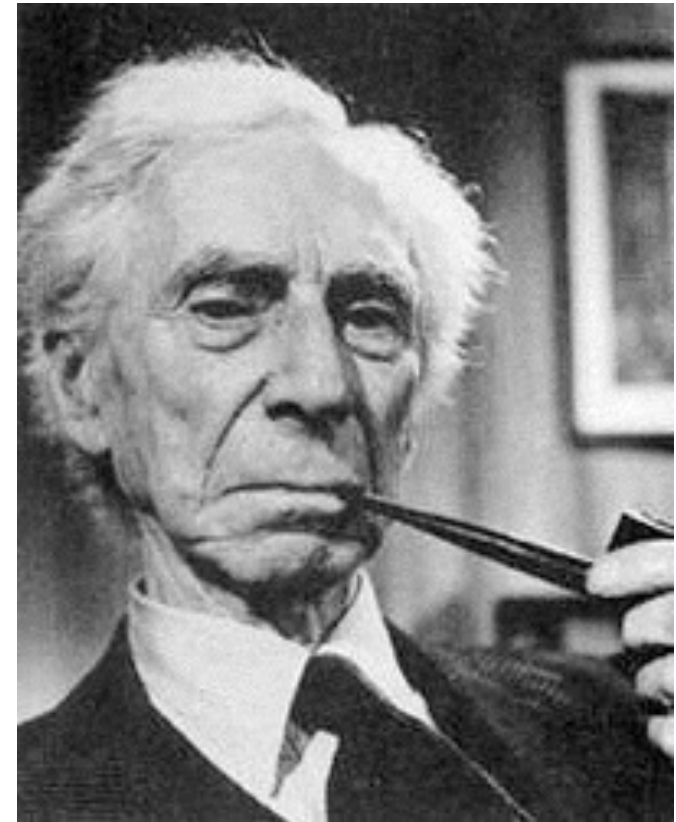
1. Introductie conjunctie ($I\wedge$)
Als $A \vdash B$ en $A \vdash C$ dan $A \vdash B \text{ en } C$
2. Eliminatie disjunctie ($E\vee$)
Als $A \vdash C$ en $B \vdash C$ dan $A \text{ of } B \vdash C$

2. EFSQ (explosion)
 $A \text{ en niet } A \vdash X$

Oplossingen -Deel I

Aannames over uitdrukbaarheid

- ▶ niet alles is uitdrukbaar
- ▶ negatie, waarheidspredikaat en zelfreferentie mag niet samen in in een zin
- ▶ Russell



$z := \text{niet } W(z)$

negatie

waarheids-
predikaat

zelf-referentie

Oplossingen -Deel I

Aannames over uitdrukbaarheid

Problemen:

- het is niet voldoende om te verbieden dat de naam van een zin de zin zelf mag voorkomen (multi-sentence liar)

(1) Zin (2) is waar.

(2) Zin (1) is onwaar.

Oplossingen -Deel I

Aannames over uitdrukbaarheid

Problemen:

- ▶ Door beperkingen op de uitdrukbaarheid verlies je dingen die je helemaal niet kwijt wilt.
- ▶ De oplossing is te sterk.
 - (1) “Twee woorden” bestaat uit twee woorden.
 - (2) “Drie woorden” bestaat niet uit drie woorden.

Oplossingen -Deel I

Aannames over uitdrukbaarheid

Problemen:

- ▶ De uitdrukkingskracht beperken werkt alleen in formele talen.
- ▶ Het verklaart niet het probleem, maar ontwijkt het.

Oplossingen -Deel I

Aannames over uitdrukbaarheid



*“I’m not a woman you
can trust!”*

Oplossingen -Deel I

Aannames over uitdrukbaarheid



Oplossingen -Deel I

Aannames over uitdrukbaarheid

Facit

- ▶ Oplossingen door beperkingen op de uitdrukkingskracht hebben tot enorme ontwikkelingen van de logica geleidt.
- ▶ Maar als oplossingen van paradoxen hebben ze met veel problemen te vechten.

Oplossingen -Deel 2

We droppen het principe LEM (law of excluded middle)
 $\vdash A$ of niet A

- ▶ zinnen kunnen **noch** waar **noch** onwaar zijn
- ▶ sommige zinnen hebben misschien geen waarheidswaarde, of een andere, derde waarheidswaarde
- ▶ de leugenaar hoort bij deze zinnen
- ▶ paracomplete logic
- ▶ meerwaardige logica, partiële logica
- ▶ Ockham, Lukasiewicz



Oplossingen -Deel 2

We dropen het principe LEM (law of excluded middle)
 $\vdash A$ of niet A

- ▶ zinnen kunnen **noch** waar **noch** onwaar zijn
- ▶ sommige zinnen hebben misschien geen waarheidswaarde, of een andere, derde waarheidswaarde
- ▶ de leugenaar hoort bij deze zinnen
- ▶ paracomplete logic
- ▶ meerwaardige logica, partiële logica
- ▶ Kripke



Oplossingen -Deel 2

We dropen het principe LEM (law of excluded middle)
 $\vdash A$ of niet A

Problemen:

- ▶ de *extended liar*
- ▶ Het probleem blijft.

Hoe ziet het argument
voor deze zin uit?

Deze zin is onwaar
of heeft geen waarheidswaarde.

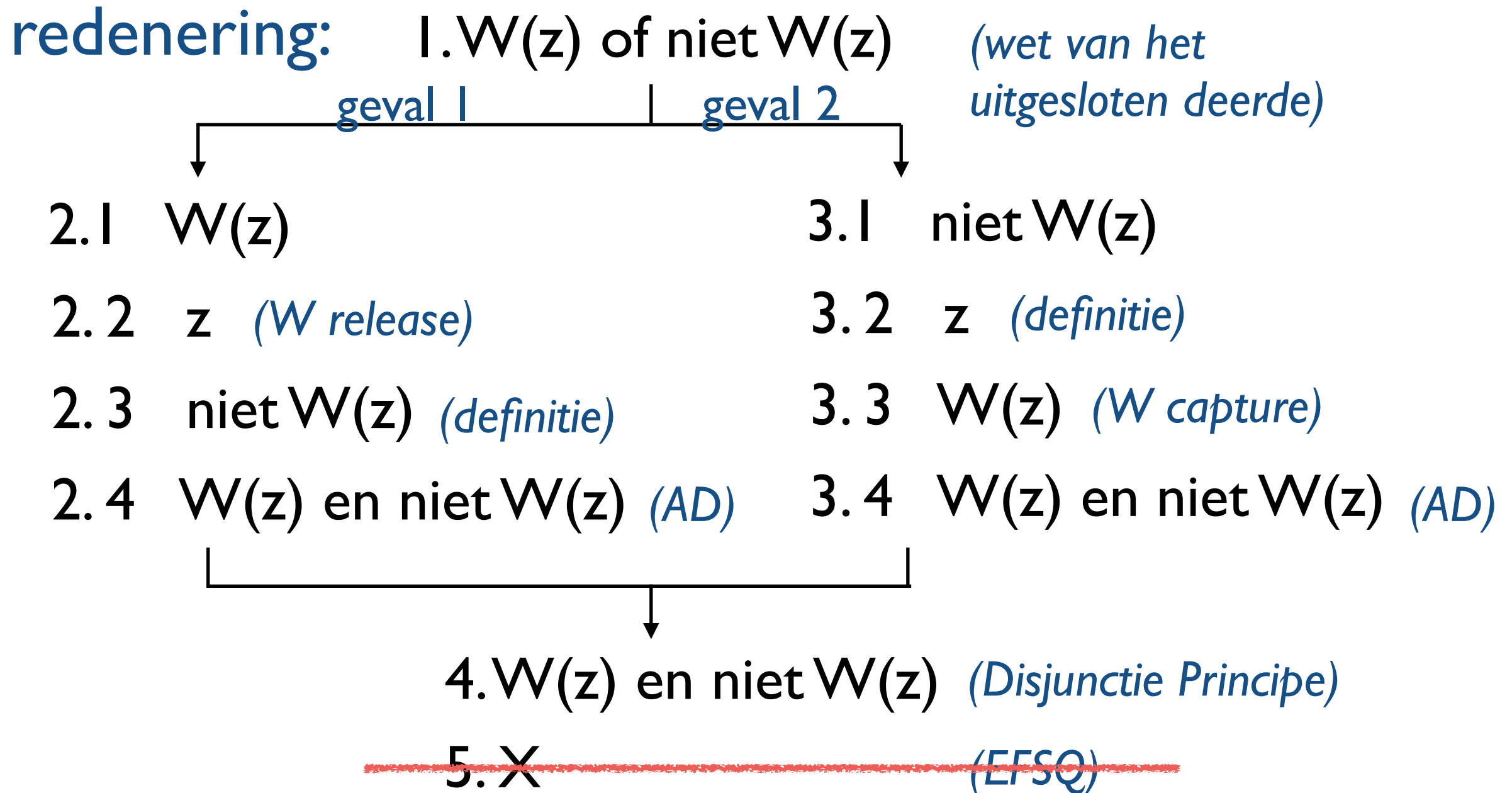
Oplossingen -Deel 2

We droppen het principe LEM (law of excluded middle)
 $\vdash A$ of niet A

Facit

- ▶ Oplossingen door meer waarheidswaardes toe te staan hebben tot enorme ontwikkelingen van de logica geleidt.
- ▶ Maar als oplossingen van paradoxen hebben ze met veel problemen te vechten.

Oplossingen -Deel 3



Oplossingen -Deel 3

Wat is zo erg aan `p en niet p'???

KAN NIET!

“The most indisputable of all beliefs is that contradictory statements are not at the same time true.” (*Met.* 1011b13-14)



Oplossingen -Deel 3

Wat is zo erg aan `p en niet p'???

KAN NIET!

“It is impossible for the same thing to belong and not to belong at the same time to the same thing and in the same respect.”

(Aristoteles, *Metaph* IV 3 1005b19–20).

Oplossingen -Deel 3

Wat is zo erg aan `p en niet p'???

Law of non-contradiction (LNC)

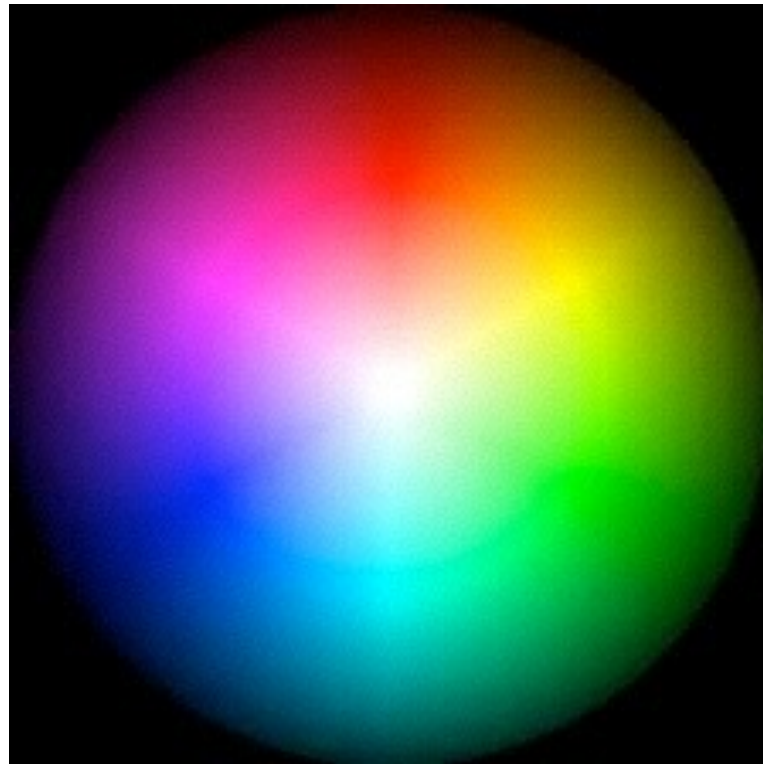
“It is impossible for the same thing to belong and not to belong at the same time to the same thing and in the same respect.”

(Aristoteles, *Metaph* IV 3 1005b19–20).

Oplossingen -Deel 3

Wat is zo erg aan $\bar{p}$ en niet p '???

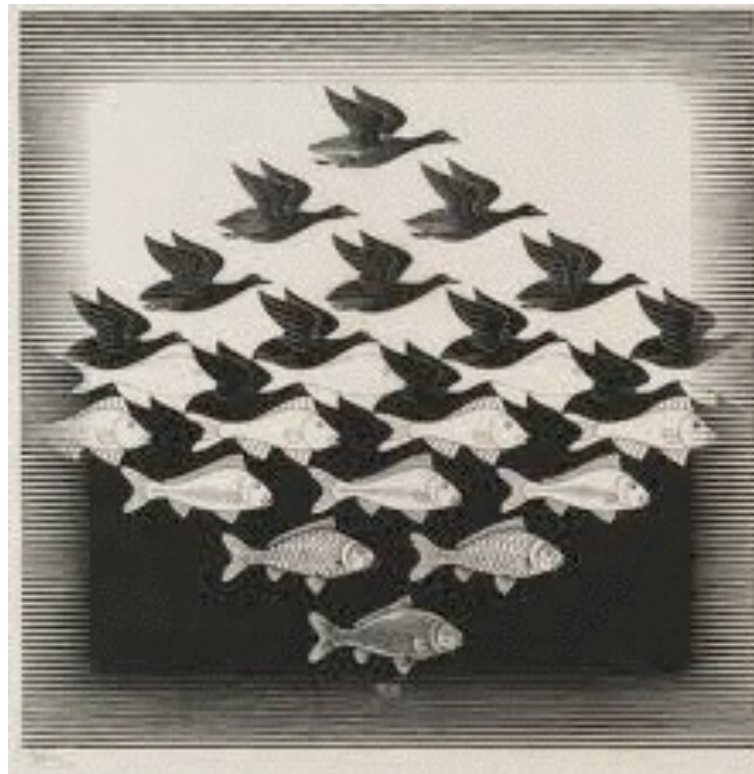
KAN NIET!



Oplossingen -Deel 3

Wat is zo erg aan `p en niet p'???

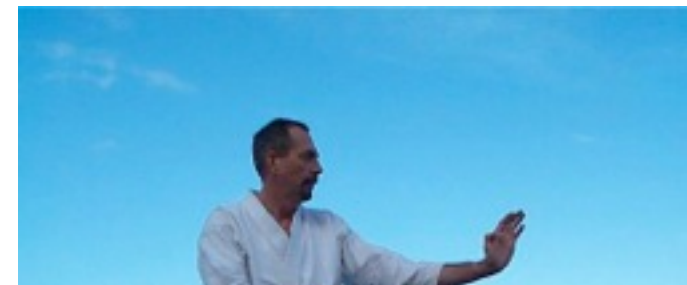
KAN NIET!



Oplossingen -Deel 3

We dropen de aanname dat zinnen niet tegelijk waar en onwaar kunnen zijn (LNC).

- ▶ zinnen kunnen **zowel** waar **als ook** onwaar zijn
- ▶ sommige zinnen hebben **meerdere** waarheidswaardes
- ▶ de leugenaar hoort bij deze zinnen
- ▶ “*Embrace the paradox!*”
- ▶ **DIALETHEÏSME**
- ▶ paraconsistent logic
- ▶ Priest



Wat vinden jullie?
Hoe zou je voor LNC kunnen
argumenteren?

Oplossingen -Deel 3

We dropen de aanname dat zinnen niet tegelijk waar en onwaar kunnen zijn.

Fazit

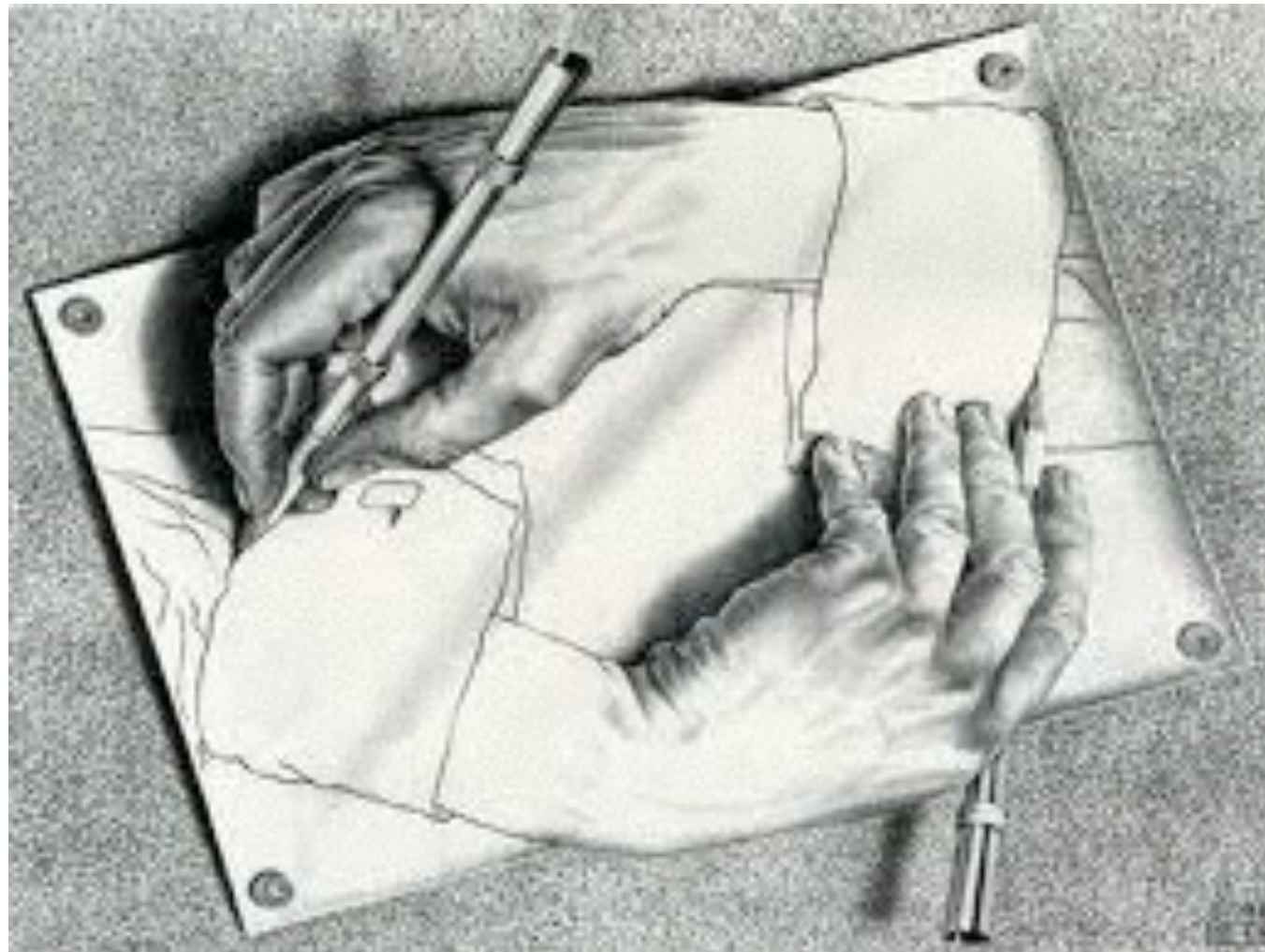
- ▶ Ook deze oplossing heft tot enorme ontwikkelingen in de logica geleidt.
- ▶ Ook deze oplossing heeft problemen.
- ▶ Het is zeker de oplossing die met het meeste weerstand moet vechten.

En wat nu?

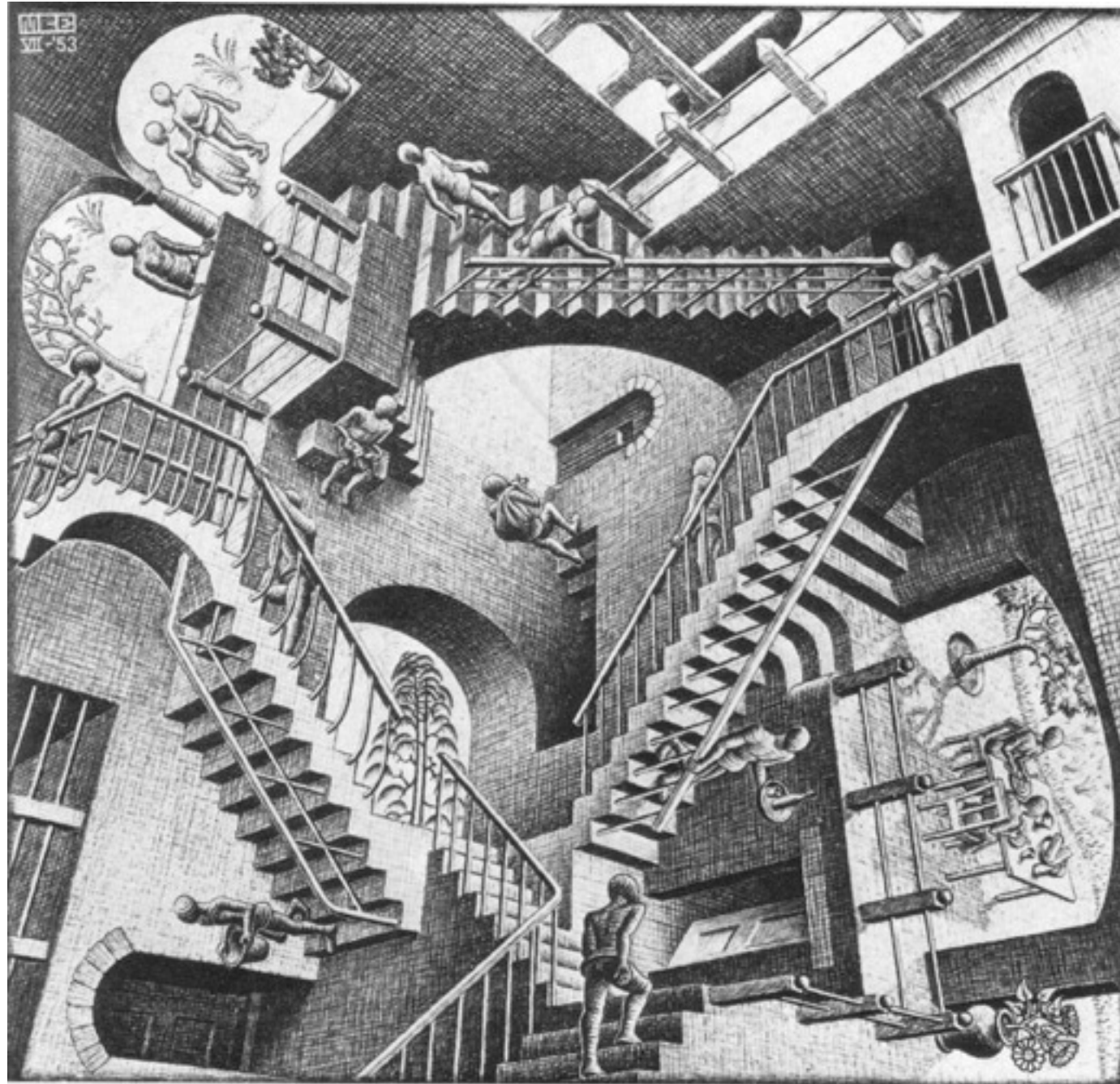
En wat nu?



En wat nu?



En wat nu?



En wat nu?



En wat nu?

- ▶ Met behulp van paradoxen zijn centrale logische stellingen bewezen
 - ▶ Cantor's stelling
 - ▶ Diagonaliseringsargument
 - ▶ Goedel's incompleteness theorem
- ▶ dit zijn allemaal stellingen over grenzen;
over wat **niet** kan *(limit results)*

The limits of cognition: scepticism



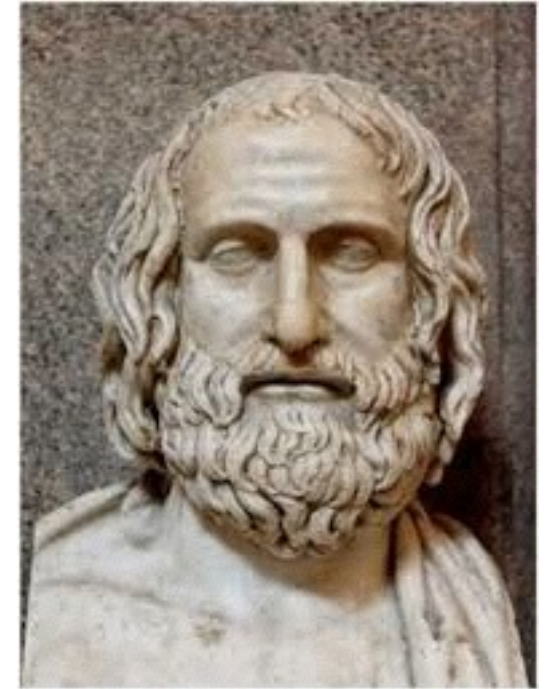
The diagram features a central title 'The limits of cognition: scepticism'. Two red curved arrows originate from this title. One arrow points down and to the left towards a grey box containing a list of cognitive limits. The other arrow points down and to the right towards a grey box containing a statement about objective truths.

De grenzen van ...
wat verklaard kan worden
wat begrepen kan worden
waarover kennis mogelijk is

Misschien zijn er objectieve
waarheden over de wereld, maar
wij kunnen er niet bij.

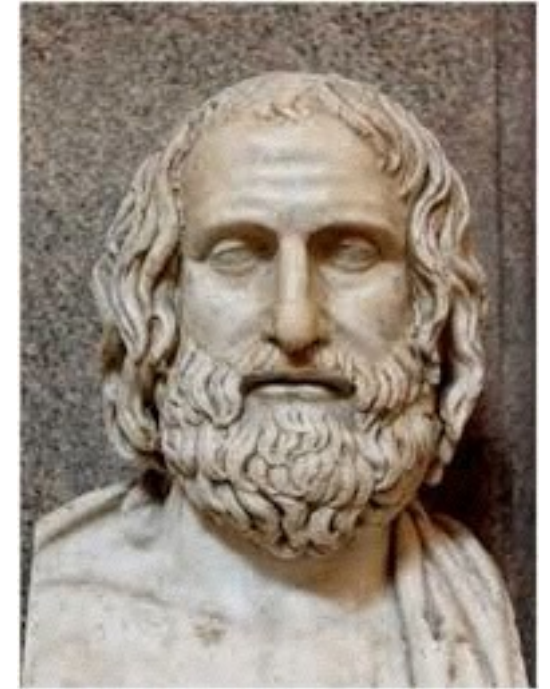
The limits of cognition: scepticism

“... there is no way of justifying the claim that one set of appearances, as opposed to another, is a better indication of how things are. And hence there is no reasonable belief about how things are, as opposed to appear.” [Priest, p. 47]



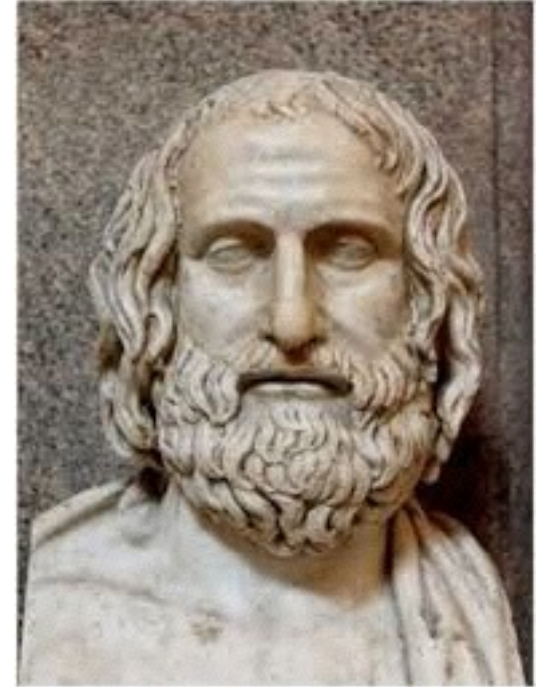
Sextus Empiricus
160 - 210

The limits of cognition: scepticism



“there are many things which produce the same effect on themselves as they produce on other things. Just as, for example, fire after consuming the fuel destroys also itself, and like as purgatives after driving the fluids out of the body expel themselves as well, so too the argument ... can cancel itself also. And again, just as it is not impossible for the man who ascends to a high place to overturn the ladder with his foot after the ascent, so also it is not unlikely that the Sceptic after he has arrived at the demonstration of his thesis by means of the argument ... as it were a step ladder, should then abolish this very argument.” [Sextus]

The limits of cognition: scepticism

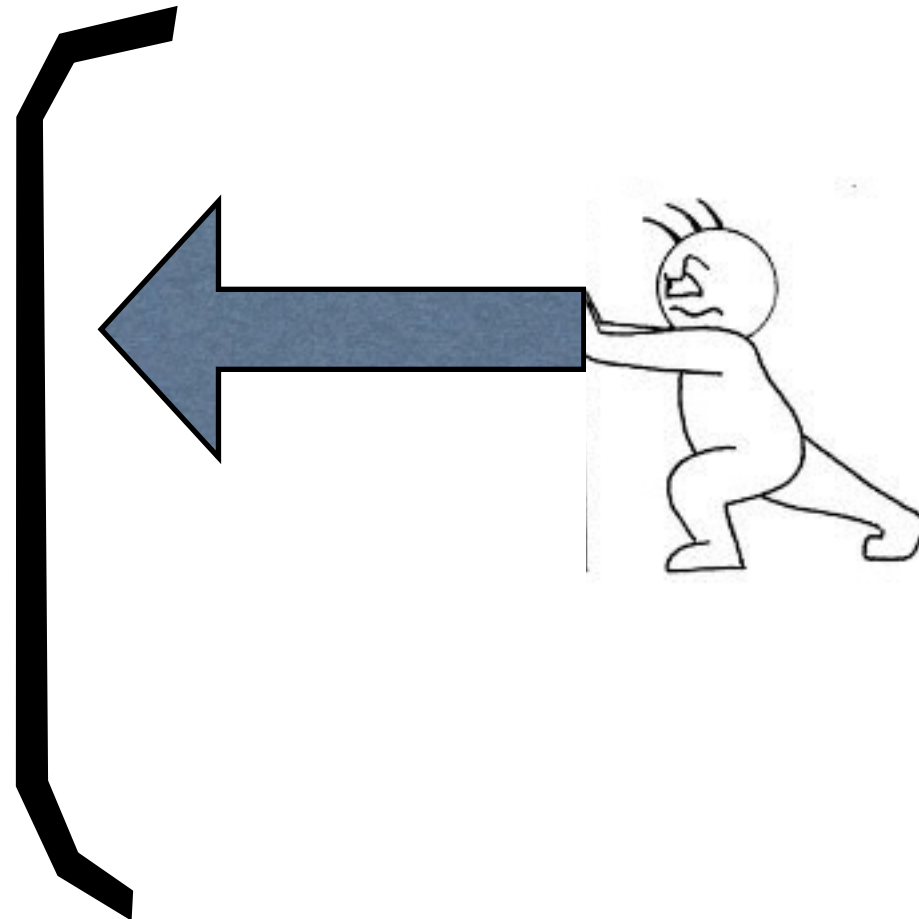


“Non-assertion ... is avoidance of assertion in the general sense in which it includes both affirmation and negation , so that non-assertion is a mental condition of ours because of which we refuse either to affirm or to deny anything” [Sextus]

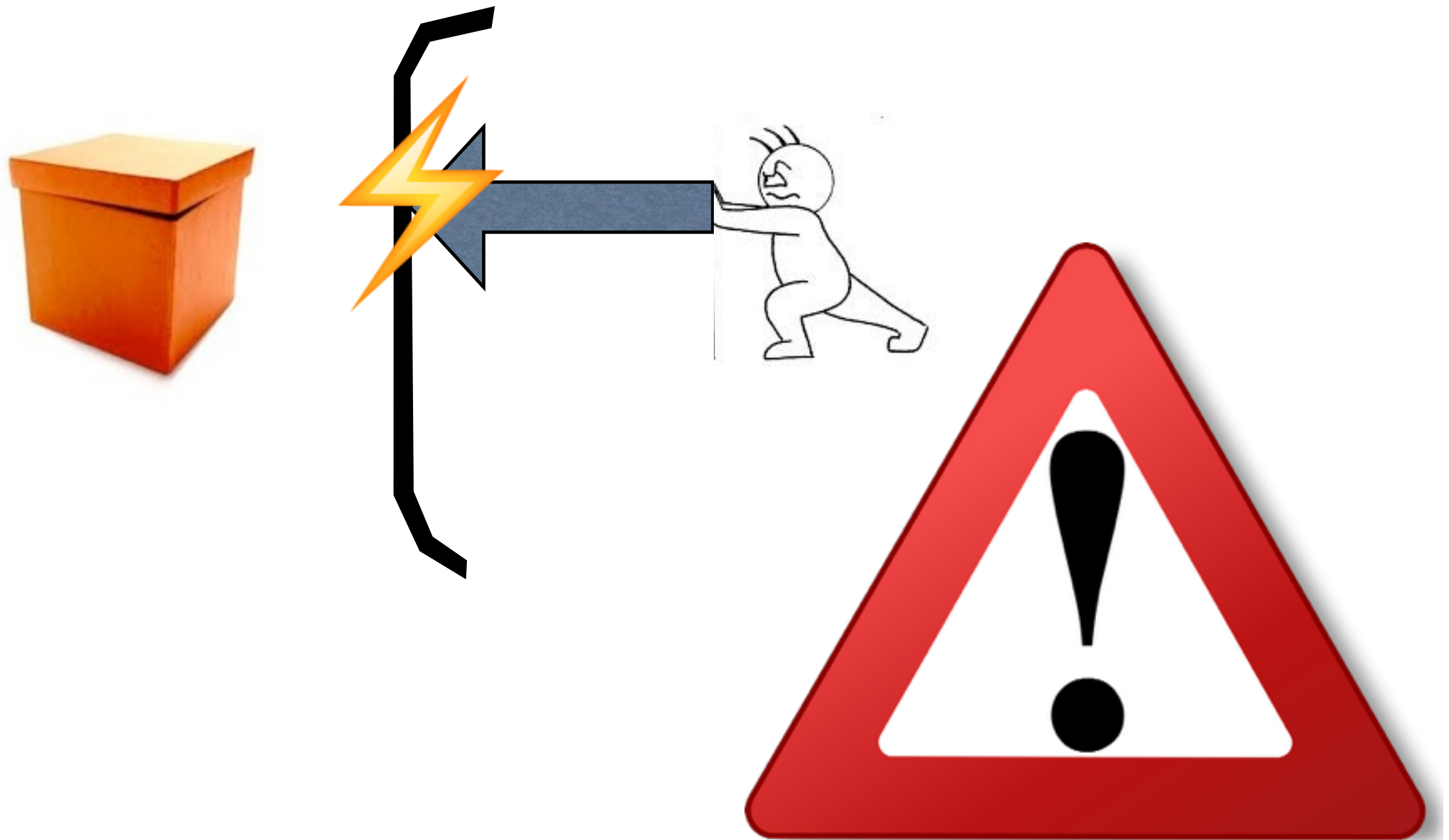


“Unfortunately Sextus now appears to be asserting something else (to the effect that he is not asserting anything) ...” [Priest]

En wat nu?



En wat nu?



Het project: dialetheïsme

Against the firmest of all principles

1. Kun je de argumenten van Priest in zijn artikel “What’s so bad about contradictions” onderuit halen en het principe van non-contradictie verdedigen?



2. Schrijf een dialoog tussen de overtuigde dialetheïst Priest en jou. Priest wil zijn favoriete knuffel Snoezie pakken en loopt naar zijn kamer. Maar jij weet dat Snoezie in de woonkamer ligt en wilt Priest overhalen om daar te kijken - hoe loopt dit gesprek?